



数 学

(120分)

注 意 事 項

1. 解答開始の合図があるまで、この問題冊子および解答冊子の中を見てはいけません。
また、解答開始の合図があるまで、筆記用具を使用してはいけません。
2. 問題は4問で、8ページあります。
3. 問題冊子の余白は、下書きに使用することができます。
4. 解答開始後、解答冊子の表紙所定欄に受験番号、氏名をはっきり記入しなさい。表紙にはこれら以外のことを書いてはいけません。
5. 解答は、すべて解答冊子の指定されたページに書きなさい。解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがあります。
6. 解答冊子は、どのページも切り離してはいけません。
7. 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。解答冊子を持ち帰ってはいけません。

- 1 (1) 1つのさいころを2回投げて、出た目をそれぞれ a, b とする。このときベクトル $\vec{x} = (a, b)$ の大きさが、5以上となる確率 P を求めよ。
- (2) x を実数とし、 $9^x + 9^{-x} = 7$ を満たすとする。
- (ア) $3^x + 3^{-x}$ の値を求めよ。
- (イ) x の値を求めよ。
- (3) 極限 $\lim_{k \rightarrow 0} (1 - 2k)^{\frac{1}{k}}$ を求めよ。必要ならば $\lim_{k \rightarrow 0} (1 + k)^{\frac{1}{k}} = e$ であることは証明なしで用いてよい。
- (4) 関数 $f(x) = e^x \cos x$ ($0 \leq x \leq 2\pi$) の極値を求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

2 実数 x について, $[x]$ を x 以下の最大の整数とする。すなわち $[x]$ は,
 $n \leq x < n+1$ を満たす整数 n である。

(1) $\left[-\frac{7}{2}\right]$ を求めよ。

(2) 方程式 $\left[\frac{5}{3}x\right] = 2$ を解け。

(3) 方程式 $[x^2 - 6x + 5] = 0$ を解け。

(4) 方程式 $x^2 - 6[x] + 5 = 0$ を解け。

数学の試験問題は次に続く。

3 座標空間に、点 $A(1, 2, -1)$ 、点 $B(1, 3, 0)$ 、点 $C(2, 4, 0)$ がある。A を中心とし、B を通る球面を S とする。直線 BC と S の交点で、B でない点を D とする。線分 BD を $1:2$ に内分する点を E とする。

(1) S の方程式を求めよ。

(2) D の座標を求めよ。

(3) E の座標を求めよ。

(4) A を通り直線 BC に平行な直線と S との交点を P 、 Q とする。

ただし、原点 O に近い方を P 、遠い方を Q とする。

(ア) P と Q の座標を求めよ。

(イ) 三角形 EPQ の面積 S_{EPQ} を求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

4 曲線 $C: y = \frac{2x-1}{x-2}$ と直線 $l_1: y = ax$ を考える。

(1) C の漸近線の方程式を求めよ。

(2) a を正の実数とするとき、 C と l_1 は異なる 2 点で交わる。この 2 点の中点を P とする。

(ア) P の座標を a を用いて表せ。

(イ) a がすべての正の実数値をとって変化するとき、 P の軌跡の方程式を求めよ。

(3) C 上の点 $A(3, 5)$ における C の法線を l_2 とする。

(ア) l_2 の方程式を求めよ。

(イ) l_2 と C の交点で、 A でない点を B とする。 l_1 が B を通るとき、 a の値を求めよ。

(4) $a = 1$ とする。 $x \leq 2$ において、 C と l_1 および x 軸で囲まれた部分の面積 S を求めよ。

数学の試験問題はこれで終わりである。